

Analemmatyczny zegar słoneczny dla Włocławka

Jest to zegar o poziomej tarczy z pionowym gnomonem przestawianym w zależności od *deklinacji* Słońca (δ) – kąta między kierunkiem na to ciało a płaszczyzną *równika niebieskiego* – czyli w zależności od dnia w roku. Cień gnomona (słupka; gdy tarcza jest duża, za gnomon może posłużyć stojący człowiek) wskazuje na tarczy godzinę *czasu słonecznego prawdziwego*. Tarczę stanowi pozioma płyta z zaznaczonymi godzinami. Punkty wyznaczające godziny leżą na elipsie o dłuższej osi usytuowanej na kierunku wschód-zachód (E-W). Mała oś elipsy, na kierunku północ-południe (N-S), jest mniejsza od dużej o czynnik $\sin \phi$, gdzie ϕ jest szerokością geograficzną miejsca. Zatem zaprojektowanie samej tarczy jest rzeczą niemal trywialną.

Poniższe obliczenia zostały wykonane dla współrzędnych geograficznych Włocławka

$$\phi = 52^{\circ}39' = 52.65^{\circ}, \quad \lambda = 19^{\circ}4' = 1.2711 \text{ godzin}$$

i założonej średnicy tarczy zegara (w najszerszym miejscu) $D = 6 \text{ m}$.

Współrzędne punktów wyznaczających godziny (H) po południu, od 0 (czyli 12) do 6 (i dalej) liczymy z następujących wyrażeń:

$$\theta = H \cdot 15^{\circ}$$

$$x = (D/2) \sin \theta$$

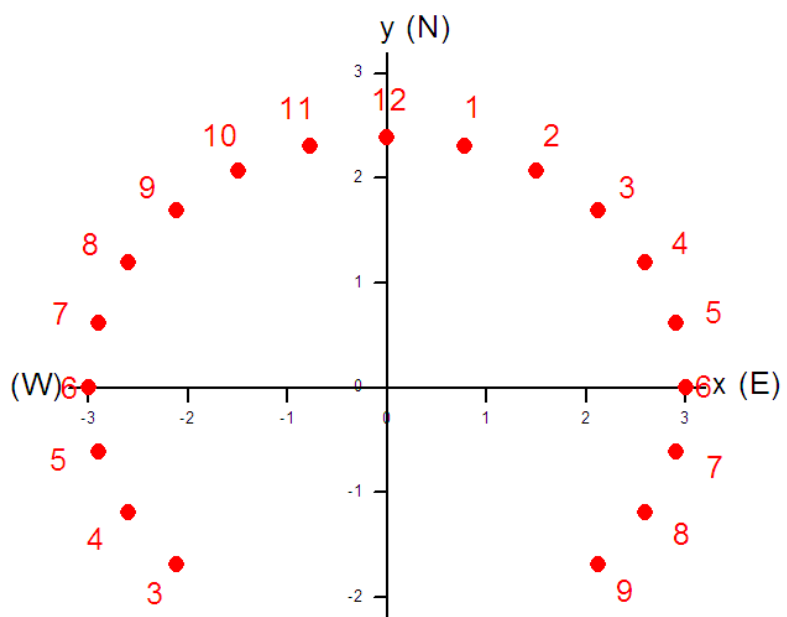
$$y = (D/2) \cos \theta \sin \phi$$

Kąt θ jest tzw. *kątem godzinnym* wyrażonym w stopniach; jest on zawarty między płaszczyznami *południka miejscowego* i południka przechodzącego przez Słońce i liczymy go zastępując każdą godzinę 15 stopniami. Miejsca godzin przed południem i przed 6-tą rano oraz po 6-tej wieczorem są lustrzanymi odbiciami względem osi x (E-W) i y (N-S) przy czym współrzędna x jest mierzona na kierunku wschód-zachód od zera w środku elipsy (tarczy) dodatnio na wschód, a oś y jest skierowana prostopadłe do osi x a wartość y liczona od tegoż środka dodatnio na północ (**Rys. 1**). Cyferblatt dla wyżej podanej szerokości geograficznej ma więc rozkład godzin przedstawiony w **Tab. 1** i na **Rys. 1**.

Tabela 1

H	x [m]	y [m]
3	-2.121	-1.686
4	-2.598	-1.192
5	-2.898	-0.617
6	-3.000	0.000
7	-2.898	0.617
8	-2.598	1.192
9	-2.121	1.686
10	-1.500	2.065
11	-0.776	2.304
12	0.000	2.385
1	0.776	2.304
2	1.500	2.065
3	2.121	1.686
4	2.598	1.192
5	2.898	0.617
6	3.000	0.000
7	2.898	-0.617
8	2.598	-1.192
9	2.121	-1.686

Rysunek 1

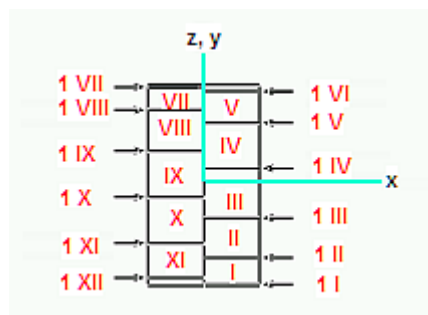


Równie proste są obliczenia miejsc ustawienia gnomonu w poszczególnych dniach roku, a leżą one na linii Północ-Południe przechodzącej przez środek elipsy (tarczy) i zależą od deklinacji Słońca. Następną tabelką (**Tab. 2**) podaje odległość „z” (współrzędna y) tych miejsc od środka elipsy w kierunku Północy (dodatnie wartości) i Południa (wartości ujemne) w funkcji daty.

Tabela 2

Data	δ [°]	z [m]
1 I	-22.99	-0.772
1 II	-17.08	-0.559
1 III	-7.57	-0.242
1 IV	4.55	0.145
1 V	15.09	0.491
1 VI	22.05	0.737
21 VI	23.43	0.789
1 VII	23.10	0.776
1 VII	18.00 ^I	0.591
1 IX	8.26	0.264
1 X	-3.20	-0.102
1 XI	-14.43	-0.468
1 XII	-21.80	-0.728
21 XII	-23.43	-0.789

Rysunek 2



Zostały one obliczone według wzoru wyprowadzonego w **Dodatku**:

$$z = (D/2) \operatorname{tg} \delta \cos \phi.$$

Występująca tu deklinacja Słońca (δ , przepisana z **Tab. 3**) nie jest, niestety, taka sama w danym dniu różnych lat, ale zmienia się w cyklu 4-letnim (ze względu na różną długość lat zwykłych i przestępnych). Dla potrzeb projektowanego zegara słonecznego przyjęto więc średnią deklinację z czterech lat (2014 – 2017) w oparciu o efemerydę Słońca obliczaną z dokładnością 2" na moment południa prawdziwego we Włocławku. Te deklinacje nie różnią się znacząco od podobnych wielkości obliczonych dla innych czterolecia.

Jak wspomniano, tak skonstruowany zegar pokazuje czas słoneczny *prawdziwy*. Czas ten wynosi dokładnie 12 godzin w chwili, gdy Słońce znajduje się najwyżej nad horyzontem i wówczas cień jest skierowany dokładnie na północ. Aby odnieść czas prawdziwy do *czasu urzędowego*, należy uwzględnić dwa czynniki: tzw. *równanie czasu* i długość geograficzną miejsca (λ).

Pierwszy czynnik, równanie czasu, czyli różnica między czasem prawdziwym i średnim (lokalnym), zależy od położenia Ziemi na orbicie, a zatem jest pewną funkcją dnia w roku. Równanie czasu, podobnie jak deklinacja Słońca, dość dobrze powtarza się co 4-lata. W tym opracowaniu przyjęto średnią wartość równania czasu w czterolecie 2014 – 2017 (w poniższej tabeli, **Tab. 3**, jest on podany w kolumnie „r.c.z.” w minutach). Odjęcie równania czasu od wskazania zegara słonecznego daje *miejscowy czas słoneczny średni*. Drugi czynnik to poprawka na długość geograficzną miejsca (w naszym przypadku ok. 1 godz. i 16 minut). Na czas uniwersalny (UT albo GMT) przechodzimy po prostu odejmując długość geograficzną wyrażoną w godzinach od lokalnego czasu słonecznego średniego, czyli od wskazań zegara poprawionych na równanie czasu. Czas urzędowy w Polsce różni się od UT o jedną godzinę (czas zimowy) lub o dwie (w okresie obowiązywania czasu letniego). Zatem, godzinę wskazaną przez zegar słoneczny, H, przeliczymy na czas zimowy (CET) wykonując rachunki:

$$\text{CET} = H - \text{r.c.z.} - \lambda + 1 = H + \text{poprawka}$$

Ostatnie dwie kolumny **Tabeli 3** poniżej zawierają sumaryczne *poprawki* (wyrażone w minutach) na równanie czasu i długość geograficzną Włocławka (czyli po prostu wartości $1 - r.c.z. - \lambda$, albo $2 - r.c.z. - \lambda$). Służą one do przeliczania wskazań tego konkretnego zegara na czas zimowy i letni. Różnica tych dwóch poprawek w danym dniu jest dokładnie równa 1 godzinie, gdyż o tyle różni się czas letni od zimowego. Poprawki te trzeba udostępnić użytkownikom zegara w postaci łatwego do odczytania wykresu (np. wygrawerowana tabliczka metalowa lub odpowiednio zabezpieczony rysunek na innym nośniku). Przykład takiego wykresu wykonanego w oparciu o tę tabelę (**Tab. 3**) zawiera załączony pod tabelą rysunek (**Rys. 3**), ale można go również wykreślić z osiami odwróconymi (dłuższy bok z poprawkami, a krótszy z datami).

Kolumna „ δ ” **Tabeli 3** zawiera średnią deklinację Słońca w latach 2014-2017 w południe użytą do wyliczeń „z” dla kilkunastu wybranych dat podanych w poprzedniej tabelce (**Tab. 2**).

Tabela 3

Dzień roku	Data		Słońce δ	Czas urzędowy		
	m	d		r.c.z.	zimowy	letni
1	1	1	-22.99	-3.4	-12.8	47.2
2	1	2	-22.91	-3.9	-12.4	47.6
3	1	3	-22.81	-4.4	-11.9	48.1
4	1	4	-22.71	-4.8	-11.4	48.6
5	1	5	-22.60	-5.3	-11.0	49.0
6	1	6	-22.49	-5.7	-10.5	49.5
7	1	7	-22.36	-6.2	-10.1	49.9
8	1	8	-22.23	-6.6	-9.7	50.3
9	1	9	-22.09	-7.0	-9.3	50.7
10	1	10	-21.95	-7.4	-8.9	51.1
11	1	11	-21.79	-7.8	-8.5	51.5
12	1	12	-21.63	-8.2	-8.1	51.9
13	1	13	-21.47	-8.6	-7.7	52.3
14	1	14	-21.29	-9.0	-7.3	52.7
15	1	15	-21.11	-9.3	-7.0	53.0
16	1	16	-20.92	-9.7	-6.6	53.4
17	1	17	-20.73	-10.0	-6.3	53.7
18	1	18	-20.53	-10.3	-6.0	54.0
19	1	19	-20.32	-10.6	-5.6	54.4
20	1	20	-20.11	-10.9	-5.3	54.7
21	1	21	-19.89	-11.2	-5.1	54.9
22	1	22	-19.66	-11.5	-4.8	55.2
23	1	23	-19.43	-11.8	-4.5	55.5
24	1	24	-19.19	-12.0	-4.3	55.7
25	1	25	-18.95	-12.2	-4.0	56.0
26	1	26	-18.70	-12.5	-3.8	56.2
27	1	27	-18.44	-12.7	-3.6	56.4
28	1	28	-18.18	-12.9	-3.4	56.6
29	1	29	-17.91	-13.0	-3.2	56.8
30	1	30	-17.64	-13.2	-3.1	56.9
31	1	31	-17.37	-13.4	-2.9	57.1
32	2	1	-17.08	-13.5	-2.8	57.2
33	2	2	-16.80	-13.6	-2.6	57.4
34	2	3	-16.50	-13.8	-2.5	57.5
35	2	4	-16.21	-13.9	-2.4	57.6
36	2	5	-15.91	-13.9	-2.3	57.7
37	2	6	-15.60	-14.0	-2.3	57.7

38	2	7	-15.29	-14.1	-2.2	57.8
39	2	8	-14.97	-14.1	-2.1	57.9
40	2	9	-14.66	-14.2	-2.1	57.9
41	2	10	-14.33	-14.2	-2.1	57.9
42	2	11	-14.01	-14.2	-2.1	57.9
43	2	12	-13.67	-14.2	-2.1	57.9
44	2	13	-13.34	-14.2	-2.1	57.9
45	2	14	-13.00	-14.1	-2.1	57.9
46	2	15	-12.66	-14.1	-2.2	57.8
47	2	16	-12.31	-14.0	-2.2	57.8
48	2	17	-11.97	-14.0	-2.3	57.7
49	2	18	-11.61	-13.9	-2.4	57.6
50	2	19	-11.26	-13.8	-2.5	57.5
51	2	20	-10.90	-13.7	-2.6	57.4
52	2	21	-10.54	-13.6	-2.7	57.3
53	2	22	-10.18	-13.5	-2.8	57.2
54	2	23	-9.81	-13.3	-2.9	57.1
55	2	24	-9.44	-13.2	-3.1	56.9
56	2	25	-9.07	-13.0	-3.2	56.8
57	2	26	-8.70	-12.9	-3.4	56.6
58	2	27	-8.32	-12.7	-3.6	56.4
59	2	28	-7.95	-12.5	-3.7	56.3
60	3	1	-7.57	-12.3	-3.9	56.1
61	3	2	-7.19	-12.1	-4.1	55.9
62	3	3	-6.81	-11.9	-4.3	55.7
63	3	4	-6.42	-11.7	-4.5	55.5
64	3	5	-6.04	-11.5	-4.8	55.2
65	3	6	-5.65	-11.3	-5.0	55.0
66	3	7	-5.26	-11.0	-5.2	54.8
67	3	8	-4.87	-10.8	-5.5	54.5
68	3	9	-4.48	-10.5	-5.7	54.3
69	3	10	-4.09	-10.3	-6.0	54.0
70	3	11	-3.70	-10.0	-6.2	53.8
71	3	12	-3.30	-9.8	-6.5	53.5
72	3	13	-2.91	-9.5	-6.8	53.2
73	3	14	-2.52	-9.2	-7.0	53.0
74	3	15	-2.12	-8.9	-7.3	52.7
75	3	16	-1.73	-8.7	-7.6	52.4
76	3	17	-1.33	-8.4	-7.9	52.1
77	3	18	-0.94	-8.1	-8.2	51.8
78	3	19	-0.54	-7.8	-8.5	51.5
79	3	20	-0.15	-7.5	-8.8	51.2
80	3	21	0.25	-7.2	-9.1	50.9
81	3	22	0.64	-6.9	-9.4	50.6
82	3	23	1.04	-6.6	-9.7	50.3
83	3	24	1.43	-6.3	-10.0	50.0
84	3	25	1.83	-6.0	-10.3	49.7
85	3	26	2.22	-5.7	-10.6	49.4
86	3	27	2.61	-5.4	-10.9	49.1
87	3	28	3.00	-5.1	-11.2	48.8
88	3	29	3.39	-4.8	-11.5	48.5
89	3	30	3.78	-4.5	-11.8	48.2
90	3	31	4.17	-4.2	-12.1	47.9
91	4	1	4.55	-3.9	-12.4	47.6
92	4	2	4.94	-3.6	-12.7	47.3
93	4	3	5.32	-3.3	-13.0	47.0

94	4	4	5.71	-3.0	-13.2	46.8
95	4	5	6.09	-2.7	-13.5	46.5
96	4	6	6.46	-2.4	-13.8	46.2
97	4	7	6.84	-2.2	-14.1	45.9
98	4	8	7.22	-1.9	-14.4	45.6
99	4	9	7.59	-1.6	-14.7	45.3
100	4	10	7.96	-1.3	-14.9	45.1
101	4	11	8.33	-1.1	-15.2	44.8
102	4	12	8.69	-0.8	-15.5	44.5
103	4	13	9.06	-0.6	-15.7	44.3
104	4	14	9.42	-0.3	-16.0	44.0
105	4	15	9.78	-0.1	-16.2	43.8
106	4	16	10.13	0.2	-16.4	43.6
107	4	17	10.49	0.4	-16.7	43.3
108	4	18	10.84	0.6	-16.9	43.1
109	4	19	11.18	0.9	-17.1	42.9
110	4	20	11.53	1.1	-17.3	42.7
111	4	21	11.87	1.3	-17.5	42.5
112	4	22	12.21	1.5	-17.7	42.3
113	4	23	12.54	1.7	-17.9	42.1
114	4	24	12.87	1.9	-18.1	41.9
115	4	25	13.20	2.0	-18.3	41.7
116	4	26	13.52	2.2	-18.5	41.5
117	4	27	13.84	2.4	-18.6	41.4
118	4	28	14.16	2.5	-18.8	41.2
119	4	29	14.47	2.7	-18.9	41.1
120	4	30	14.78	2.8	-19.1	40.9
121	5	1	15.09	2.9	-19.2	40.8
122	5	2	15.39	3.0	-19.3	40.7
123	5	3	15.68	3.1	-19.4	40.6
124	5	4	15.97	3.2	-19.5	40.5
125	5	5	16.26	3.3	-19.6	40.4
126	5	6	16.54	3.4	-19.7	40.3
127	5	7	16.82	3.5	-19.7	40.3
128	5	8	17.09	3.5	-19.8	40.2
129	5	9	17.36	3.6	-19.8	40.2
130	5	10	17.63	3.6	-19.9	40.1
131	5	11	17.89	3.7	-19.9	40.1
132	5	12	18.14	3.7	-19.9	40.1
133	5	13	18.39	3.7	-20.0	40.0
134	5	14	18.63	3.7	-20.0	40.0
135	5	15	18.87	3.7	-20.0	40.0
136	5	16	19.10	3.7	-19.9	40.1
137	5	17	19.33	3.7	-19.9	40.1
138	5	18	19.55	3.6	-19.9	40.1
139	5	19	19.77	3.6	-19.8	40.2
140	5	20	19.98	3.5	-19.8	40.2
141	5	21	20.19	3.5	-19.7	40.3
142	5	22	20.39	3.4	-19.7	40.3
143	5	23	20.58	3.3	-19.6	40.4
144	5	24	20.77	3.2	-19.5	40.5
145	5	25	20.95	3.1	-19.4	40.6
146	5	26	21.13	3.0	-19.3	40.7
147	5	27	21.30	2.9	-19.2	40.8
148	5	28	21.46	2.8	-19.1	40.9
149	5	29	21.62	2.7	-18.9	41.1

150	5	30	21.77	2.5	-18.8	41.2
151	5	31	21.92	2.4	-18.7	41.3
152	6	1	22.05	2.2	-18.5	41.5
153	6	2	22.19	2.1	-18.3	41.7
154	6	3	22.31	1.9	-18.2	41.8
155	6	4	22.43	1.7	-18.0	42.0
156	6	5	22.55	1.6	-17.8	42.2
157	6	6	22.65	1.4	-17.7	42.3
158	6	7	22.75	1.2	-17.5	42.5
159	6	8	22.84	1.0	-17.3	42.7
160	6	9	22.93	0.8	-17.1	42.9
161	6	10	23.01	0.6	-16.9	43.1
162	6	11	23.08	0.4	-16.7	43.3
163	6	12	23.15	0.2	-16.5	43.5
164	6	13	23.21	0.0	-16.3	43.7
165	6	14	23.26	-0.2	-16.1	43.9
166	6	15	23.31	-0.4	-15.9	44.1
167	6	16	23.34	-0.6	-15.7	44.3
168	6	17	23.38	-0.8	-15.4	44.6
169	6	18	23.40	-1.0	-15.2	44.8
170	6	19	23.42	-1.3	-15.0	45.0
171	6	20	23.43	-1.5	-14.8	45.2
172	6	21	23.43	-1.7	-14.6	45.4
173	6	22	23.43	-1.9	-14.3	45.7
174	6	23	23.42	-2.1	-14.1	45.9
175	6	24	23.41	-2.4	-13.9	46.1
176	6	25	23.38	-2.6	-13.7	46.3
177	6	26	23.35	-2.8	-13.5	46.5
178	6	27	23.32	-3.0	-13.3	46.7
179	6	28	23.27	-3.2	-13.1	46.9
180	6	29	23.22	-3.4	-12.9	47.1
181	6	30	23.16	-3.6	-12.7	47.3
182	7	1	23.10	-3.8	-12.5	47.5
183	7	2	23.03	-4.0	-12.3	47.7
184	7	3	22.95	-4.2	-12.1	47.9
185	7	4	22.87	-4.4	-11.9	48.1
186	7	5	22.78	-4.5	-11.7	48.3
187	7	6	22.68	-4.7	-11.6	48.4
188	7	7	22.57	-4.9	-11.4	48.6
189	7	8	22.46	-5.0	-11.2	48.8
190	7	9	22.35	-5.2	-11.1	48.9
191	7	10	22.22	-5.3	-11.0	49.0
192	7	11	22.09	-5.5	-10.8	49.2
193	7	12	21.96	-5.6	-10.7	49.3
194	7	13	21.82	-5.7	-10.6	49.4
195	7	14	21.67	-5.8	-10.4	49.6
196	7	15	21.51	-5.9	-10.3	49.7
197	7	16	21.35	-6.0	-10.2	49.8
198	7	17	21.18	-6.1	-10.2	49.8
199	7	18	21.01	-6.2	-10.1	49.9
200	7	19	20.83	-6.3	-10.0	50.0
201	7	20	20.65	-6.3	-9.9	50.1
202	7	21	20.46	-6.4	-9.9	50.1
203	7	22	20.26	-6.4	-9.8	50.2
204	7	23	20.06	-6.5	-9.8	50.2
205	7	24	19.85	-6.5	-9.8	50.2

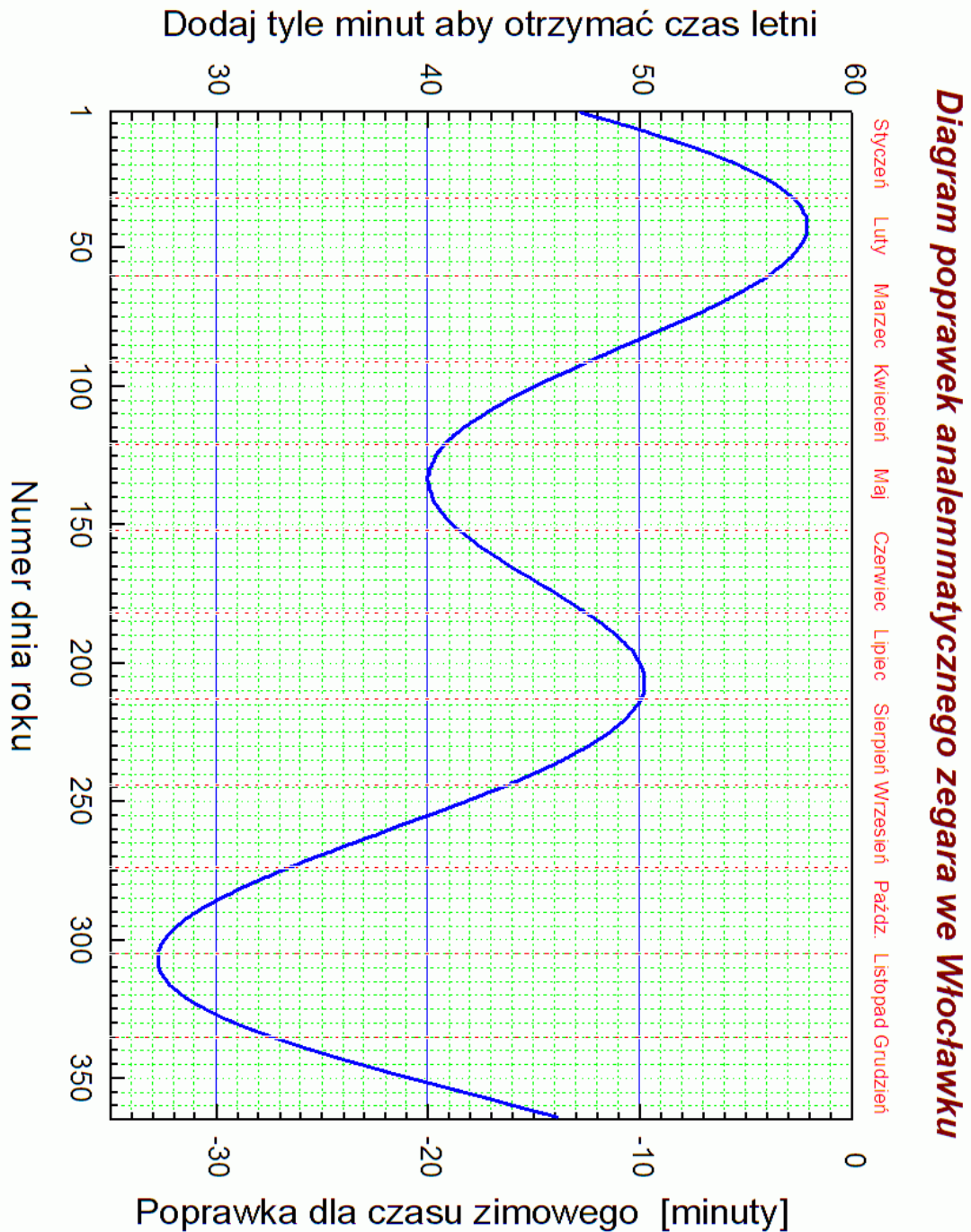
206	7	25	19.64	-6.5	-9.8	50.2
207	7	26	19.42	-6.5	-9.8	50.2
208	7	27	19.20	-6.5	-9.8	50.2
209	7	28	18.97	-6.5	-9.8	50.2
210	7	29	18.73	-6.5	-9.8	50.2
211	7	30	18.49	-6.4	-9.8	50.2
212	7	31	18.25	-6.4	-9.9	50.1
213	8	1	18.00	-6.3	-9.9	50.1
214	8	2	17.75	-6.3	-10.0	50.0
215	8	3	17.49	-6.2	-10.1	49.9
216	8	4	17.22	-6.1	-10.2	49.8
217	8	5	16.95	-6.0	-10.3	49.7
218	8	6	16.68	-5.9	-10.4	49.6
219	8	7	16.40	-5.8	-10.5	49.5
220	8	8	16.12	-5.6	-10.6	49.4
221	8	9	15.84	-5.5	-10.8	49.2
222	8	10	15.55	-5.4	-10.9	49.1
223	8	11	15.25	-5.2	-11.1	48.9
224	8	12	14.95	-5.0	-11.2	48.8
225	8	13	14.65	-4.9	-11.4	48.6
226	8	14	14.34	-4.7	-11.6	48.4
227	8	15	14.03	-4.5	-11.8	48.2
228	8	16	13.72	-4.3	-12.0	48.0
229	8	17	13.40	-4.1	-12.2	47.8
230	8	18	13.08	-3.9	-12.4	47.6
231	8	19	12.76	-3.6	-12.6	47.4
232	8	20	12.43	-3.4	-12.9	47.1
233	8	21	12.10	-3.2	-13.1	46.9
234	8	22	11.76	-2.9	-13.4	46.6
235	8	23	11.43	-2.7	-13.6	46.4
236	8	24	11.08	-2.4	-13.9	46.1
237	8	25	10.74	-2.1	-14.1	45.9
238	8	26	10.39	-1.8	-14.4	45.6
239	8	27	10.05	-1.6	-14.7	45.3
240	8	28	9.69	-1.3	-15.0	45.0
241	8	29	9.34	-1.0	-15.3	44.7
242	8	30	8.98	-0.7	-15.6	44.4
243	8	31	8.62	-0.4	-15.9	44.1
244	9	1	8.26	0.0	-16.2	43.8
245	9	2	7.90	0.3	-16.5	43.5
246	9	3	7.53	0.6	-16.9	43.1
247	9	4	7.17	0.9	-17.2	42.8
248	9	5	6.80	1.3	-17.5	42.5
249	9	6	6.42	1.6	-17.9	42.1
250	9	7	6.05	1.9	-18.2	41.8
251	9	8	5.68	2.3	-18.5	41.5
252	9	9	5.30	2.6	-18.9	41.1
253	9	10	4.92	3.0	-19.2	40.8
254	9	11	4.54	3.3	-19.6	40.4
255	9	12	4.16	3.7	-19.9	40.1
256	9	13	3.78	4.0	-20.3	39.7
257	9	14	3.40	4.4	-20.7	39.3
258	9	15	3.01	4.7	-21.0	39.0
259	9	16	2.63	5.1	-21.4	38.6
260	9	17	2.24	5.5	-21.7	38.3
261	9	18	1.86	5.8	-22.1	37.9

262	9	19	1.47	6.2	-22.4	37.6
263	9	20	1.08	6.5	-22.8	37.2
264	9	21	0.69	6.9	-23.1	36.9
265	9	22	0.30	7.2	-23.5	36.5
266	9	23	-0.09	7.6	-23.9	36.1
267	9	24	-0.47	7.9	-24.2	35.8
268	9	25	-0.86	8.3	-24.5	35.5
269	9	26	-1.25	8.6	-24.9	35.1
270	9	27	-1.64	9.0	-25.2	34.8
271	9	28	-2.03	9.3	-25.6	34.4
272	9	29	-2.42	9.6	-25.9	34.1
273	9	30	-2.81	10.0	-26.2	33.8
274	10	1	-3.20	10.3	-26.6	33.4
275	10	2	-3.58	10.6	-26.9	33.1
276	10	3	-3.97	10.9	-27.2	32.8
277	10	4	-4.36	11.2	-27.5	32.5
278	10	5	-4.74	11.5	-27.8	32.2
279	10	6	-5.13	11.8	-28.1	31.9
280	10	7	-5.51	12.1	-28.4	31.6
281	10	8	-5.89	12.4	-28.7	31.3
282	10	9	-6.27	12.7	-29.0	31.0
283	10	10	-6.65	13.0	-29.2	30.8
284	10	11	-7.03	13.2	-29.5	30.5
285	10	12	-7.40	13.5	-29.8	30.2
286	10	13	-7.78	13.7	-30.0	30.0
287	10	14	-8.15	14.0	-30.2	29.8
288	10	15	-8.52	14.2	-30.5	29.5
289	10	16	-8.89	14.4	-30.7	29.3
290	10	17	-9.26	14.6	-30.9	29.1
291	10	18	-9.62	14.8	-31.1	28.9
292	10	19	-9.98	15.0	-31.3	28.7
293	10	20	-10.34	15.2	-31.5	28.5
294	10	21	-10.70	15.4	-31.6	28.4
295	10	22	-11.06	15.5	-31.8	28.2
296	10	23	-11.41	15.7	-31.9	28.1
297	10	24	-11.76	15.8	-32.1	27.9
298	10	25	-12.10	15.9	-32.2	27.8
299	10	26	-12.45	16.0	-32.3	27.7
300	10	27	-12.78	16.1	-32.4	27.6
301	10	28	-13.12	16.2	-32.5	27.5
302	10	29	-13.45	16.3	-32.6	27.4
303	10	30	-13.78	16.4	-32.6	27.4
304	10	31	-14.11	16.4	-32.7	27.3
305	11	1	-14.43	16.4	-32.7	27.3
306	11	2	-14.75	16.5	-32.7	27.3
307	11	3	-15.06	16.5	-32.7	27.3
308	11	4	-15.37	16.5	-32.7	27.3
309	11	5	-15.68	16.4	-32.7	27.3
310	11	6	-15.98	16.4	-32.7	27.3
311	11	7	-16.28	16.4	-32.6	27.4
312	11	8	-16.57	16.3	-32.6	27.4
313	11	9	-16.86	16.2	-32.5	27.5
314	11	10	-17.14	16.1	-32.4	27.6
315	11	11	-17.42	16.0	-32.3	27.7
316	11	12	-17.69	15.9	-32.2	27.8
317	11	13	-17.96	15.8	-32.1	27.9

318	11	14	-18.23	15.6	-31.9	28.1
319	11	15	-18.48	15.5	-31.7	28.3
320	11	16	-18.74	15.3	-31.6	28.4
321	11	17	-18.98	15.1	-31.4	28.6
322	11	18	-19.22	14.9	-31.2	28.8
323	11	19	-19.46	14.7	-31.0	29.0
324	11	20	-19.69	14.5	-30.7	29.3
325	11	21	-19.91	14.2	-30.5	29.5
326	11	22	-20.13	14.0	-30.2	29.8
327	11	23	-20.34	13.7	-30.0	30.0
328	11	24	-20.55	13.4	-29.7	30.3
329	11	25	-20.74	13.1	-29.4	30.6
330	11	26	-20.94	12.8	-29.1	30.9
331	11	27	-21.12	12.5	-28.8	31.2
332	11	28	-21.30	12.2	-28.4	31.6
333	11	29	-21.47	11.8	-28.1	31.9
334	11	30	-21.64	11.5	-27.7	32.3
335	12	1	-21.80	11.1	-27.4	32.6
336	12	2	-21.95	10.7	-27.0	33.0
337	12	3	-22.10	10.3	-26.6	33.4
338	12	4	-22.23	9.9	-26.2	33.8
339	12	5	-22.36	9.5	-25.8	34.2
340	12	6	-22.49	9.1	-25.4	34.6
341	12	7	-22.60	8.7	-25.0	35.0
342	12	8	-22.71	8.2	-24.5	35.5
343	12	9	-22.81	7.8	-24.1	35.9
344	12	10	-22.91	7.4	-23.6	36.4
345	12	11	-22.99	6.9	-23.2	36.8
346	12	12	-23.07	6.4	-22.7	37.3
347	12	13	-23.14	6.0	-22.2	37.8
348	12	14	-23.21	5.5	-21.8	38.2
349	12	15	-23.26	5.0	-21.3	38.7
350	12	16	-23.31	4.5	-20.8	39.2
351	12	17	-23.35	4.0	-20.3	39.7
352	12	18	-23.38	3.6	-19.8	40.2
353	12	19	-23.41	3.1	-19.3	40.7
354	12	20	-23.42	2.6	-18.8	41.2
355	12	21	-23.43	2.1	-18.3	41.7
356	12	22	-23.43	1.6	-17.8	42.2
357	12	23	-23.43	1.1	-17.3	42.7
358	12	24	-23.41	0.6	-16.8	43.2
359	12	25	-23.39	0.1	-16.4	43.6
360	12	26	-23.36	-0.4	-15.9	44.1
361	12	27	-23.32	-0.9	-15.4	44.6
362	12	28	-23.28	-1.4	-14.9	45.1
363	12	29	-23.22	-1.9	-14.4	45.6
364	12	30	-23.16	-2.4	-13.9	46.1
365	12	31	-23.09	-2.8	-13.4	46.6

m d δ r.cz. Zimowy Letni
Dzień Data Słońce Czas urzędowy

Rysunek 3



Przykład korzystania z wykresu

Jeśli dnia 1 VI cień osoby stojącej we właściwym miejscu ($z = 74$ cm nad środkiem elipsy) wskazuje godzinę $H = 11:30$ i obowiązuje czas letni, odczytujemy z wykresu **Rys. 3** lub **Tabeli 3** poprawkę prawie $+42$ minuty, zatem jest godzina $11:30 + 0:42 = 12:12$ (gdy kiedyś zostanie zniesiona zmiana czasu, trzeba będzie dodawać ujemną poprawkę czasu zimowego i wtedy otrzymamy godz. $11:12$; to samo dostaniemy z odjęcia pełnej godziny od czasu letniego).

Dodatek: Wyprowadzenie wzoru na wartość 'z' w zegarze analematycznym

Współrzędna 'z' wskazuje miejsce na osi y (linii N-S), gdzie przy danej deklinacji Słońca (δ) należy ustawić gnomon (lub stanąć samemu zamiast niego). Przy deklinacji równej 0 koniec cienia gnomonu w ciągu dnia przesuwa się po pewnej hiperboli (w miejscach na Ziemi, gdzie Słońce wschodzi i zachodzi; w ogólności cień ten kończy się na krzywej stożkowej), ale jego kierunek przecina elipsę zegara dokładnie na zaznaczonej godzinie. Przy innych deklinacjach jest to także hiperbola, ale o innych parametrach. Kierunek cienia gnomonu o godz. H, względem kierunku północy, czyli azymut Słońca A, na szerokości geograficznej ϕ wyraża się wzorem:

$$A = \arctg [\sin \theta / (\sin \phi \cos \theta - \operatorname{tg} \delta \cos \phi)], \quad (1)$$

gdzie θ jest tzw. kątem godzinowym i wynosi $\theta = 15^\circ H$. Wzór ten można otrzymać w sposób elementarny rozwiązując sferyczny trójkąt paralaktyczny, w którego wierzchołkach znajduje się biegun nieba, zenit i (w naszym przypadku) Słońce.

Przy $\delta = 0$ wzór (1) upraszcza się do

$$A_0 = \arctg (\operatorname{tg} \theta / \sin \phi). \quad (2)$$

Wyrażając ten sam kąt we współrzędnych prostokątnych, x i y, mamy też:

$$A_0 = \arctg (x/y). \quad (3)$$

Eliminując z (2) i (3) A_0 otrzymujemy równanie prostej wyznaczonej przez cień gnomonu o godzinie H:

$$y = x \sin \phi / \operatorname{tg} \theta \quad (4)$$

Gdy przyjmiemy, że punkty oznaczające poszczególne godziny leżą, tak jak w zwykłym zegarku z okrągłą tarczą o średnicy D, w miejscach

$$x = (D/2) \sin \theta,$$

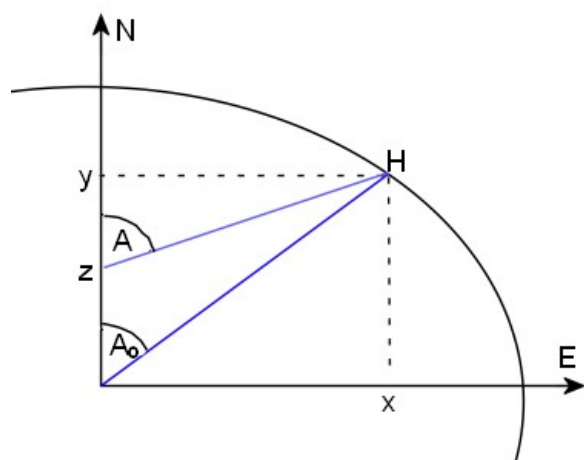
to musimy porozmieszczać je zgodnie z (4), czyli na wysokościach cienia gnomonu:

$$y = x \sin \phi / \operatorname{tg} \theta = (D/2) \sin \theta \sin \phi / \operatorname{tg} \theta = (D/2) \cos \theta \sin \phi,$$

co efektywnie ustawia wszystkie punkty skali czasu na elipsie. Jednak to rozumowanie jest słuszne tylko dla deklinacji Słońca równej zero, czyli w okolicach równonocy wiosennej i jesiennej. Przy deklinacjach Słońca różnych od zera korygujemy ustawienia gnomonu tak, by jego cień jednak wskazywał właściwe godziny. Gdy gnomon przesuniemy o wartość z na osi y, jego azymut we współrzędnych prostokątnych wyrazi się przez:

$$A = \arctg [x/(y-z)]. \quad (5)$$

i jest to ta sama wartość, co w równaniu (1). Te dwa równania, (1) i (5), można zredukować (eliminując A) do jednego:



$$(\sin \phi \cos \theta - \operatorname{tg} \delta \cos \phi) / \sin \theta = y/x - z/x.$$

Podstawiając w tym wzorze za y prawą stronę wzoru (4) otrzymujemy

$$(\sin \phi \cos \theta - \operatorname{tg} \delta \cos \phi) / \sin \theta = \sin \phi / \operatorname{tg} \theta - z/x,$$

które to równanie po kolejnym podstawieniu $x = (D/2) \sin \theta$ łatwo upraszcza się do poszukiwanego

$$z = (D/2) \operatorname{tg} \delta \cos \phi. \quad (6)$$

Jak widać z tego wzoru, wielkość z nie zależy od kąta godzinowego, θ , a zatem jest on słuszny dla wszystkich godzin H . Tę ważną własność uzyskaliśmy dzięki wybraniu elipsy na miejsce rozmieszczenia znaczków godzinnych.

K.M. Borkowski Toruń, 2013.06.27