

# Poprawki *pointingu* wynikające z uginania się szyn azymutalnego torowiska

K.M. Borkowski, Centrum Astronomii, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Toruń

**Abstract:** *Pointing corrections due to azimuthal rail bending under the weight of Torun 32 m radio telescope. Measurements have shown the presence of a saw-tooth feature in corrections of the azimuth (A) and zenith distance (z) coordinates which are attributed to bending of the rail track. Theoretical formulae that relate amount of bending to pointing errors in both the coordinates are derived. Recent (2014) and old (2006) pointing measurements are analysed. Also, special measurements are presented in the last section.*

Pomiary *pointingu* wykazują dość regularne błędy kierunku anteny (RT32), które można przypisać uginaniu się szyny azymutalnego torowiska. Niniejszy tekst przedstawia próbę teoretycznego opisu wspomnianych błędów w celu przygotowania modelu poprawek na ten efekt oraz wstępną analizę pomiarów.

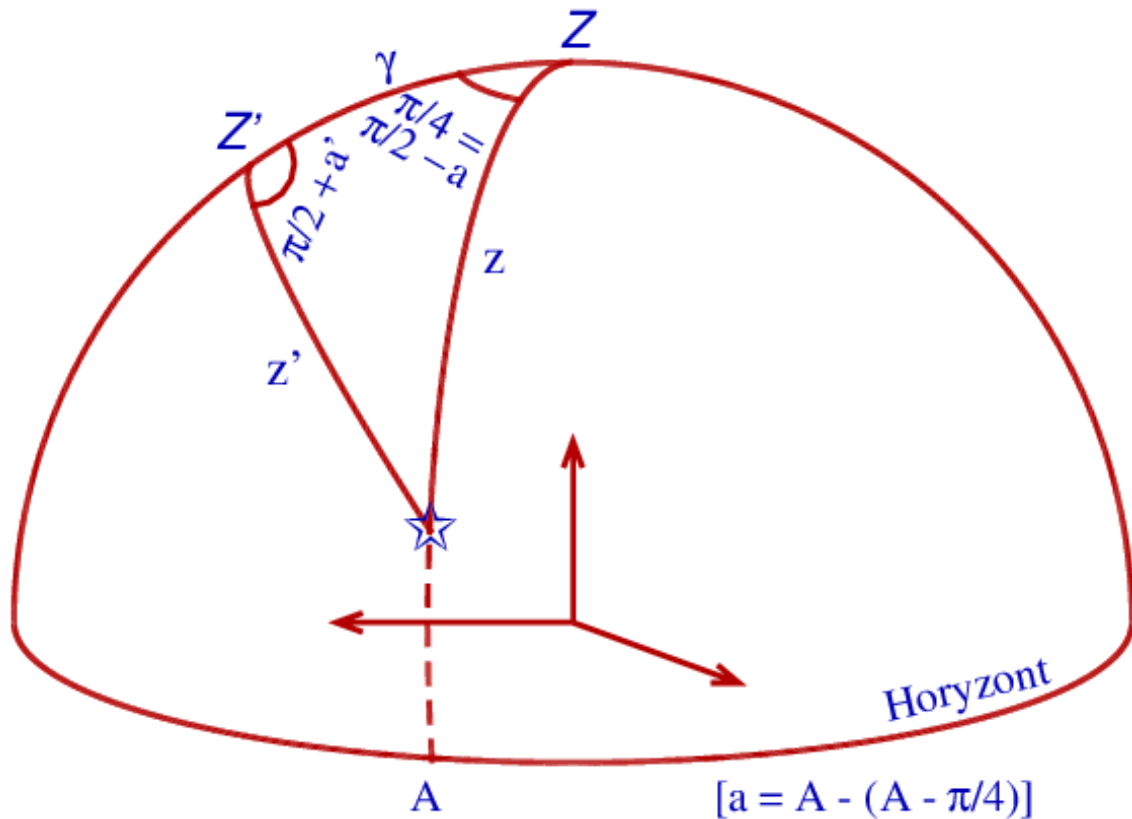
## Wyprowadzenie wzorów

Torowisko składa się z 14 odcinków szyny a teleskop osadzony jest na 4 wózkach rozłożonych co  $\pi/2 = 90^\circ$  w azymucie, A. Jeśli teleskop skierowany jest gdzie indziej niż na zenit, niebalansowany ciężar czaszy z lustrem wtórnym powoduje większy nacisk na dwa wózki przednie (po stronie czaszy, po obu jej bokach; **zobacz jednak Uzupełnienie**). Patrząc ze środka torowiska, znajdują się one pod kątem  $\pi/4$  w azymucie względem azymutu anteny. Największego uginania można spodziewać się więc właśnie pod tymi dwoma wózkami.

Gdy jeden z przednich wózków zapada się na środku swojego odcinka szyny (gdzie prawdopodobnie następuje największe ugięcie), dwa sąsiednie znajdują się na spawach (teoretycznie bez gięcia). W takiej sytuacji czwarty wózek nie wywiera najmniejszy nacisk na szynę (teleskop spoczywa zasadniczo na 3 wózkach). Oznacza to też obrót całej anteny wokół osi wyznaczonej przez przedni wózek znajdujący się na spawie i wózek z przeciwnej strony torowiska (także na spawie).

Założmy, że maksymalne ugięcie szyny wynosi y. Odpowiada mu przechył teleskopu o kąt  $\gamma = y/R$ , gdzie R to promień torowiska (12 m). Np., przy  $y = 1$  mm,  $\gamma = 1/12000$  rad =  $0,0048^\circ$ . Ten przechył przekłada się różnie na azymut A i odległość zenitalną z, na które skierowany jest teleskop. Bez rachunków można zauważyć, że niezależnie w którą stronę przechylił się teleskop, spowoduje to obniżenie czaszy, czyli zwiększenie kąta zenitalnego, z, na który „patrzy” teleskop. Natomiast dodatnie przesunięcie teleskopu w azymucie wystąpi, gdy zapada się prawy przedni wózek (patrząc ze środka torowiska), a ujemne – gdy zapada się lewy wózek. Rycina Rys. 1 dotyczy sytuacji, gdy teleskop przechyla się o kąt  $\gamma$  w kierunku prawego wózka, czyli wokół poziomej osi na kierunku od  $A - \pi/4$  do  $A + 3\pi/4$ . Przedstawia ona trójkąt sferyczny o wierzchołkach w zenicie Z (oś azymutu przed obrotem), w Z' (ta sama oś po obrocie) i w kierunku obserwowanego obiektu (gwiazdka). Zaznaczono tam azymut, a, liczony od tego kierunku osi obrotu, tj.  $a = A - (A - \pi/4)$ , dlatego kąt przy Z wynosi dokładnie  $\pi/4$ . Po obrocie o kąt  $\gamma$  teleskop będzie „widział” współrzędne (a,z) obiektu

jako  $(a', z')$ . Kąt  $\pi/2 + a'$  jest dopełnieniem do  $\pi$  kąta  $\pi/2 - a'$ . Stosując do narysowanego trójkąta podstawowe wzory trygonometrii sferycznej (wzory Gaussa) otrzymujemy zależności:



**Rys. 1.** Geometria współrzędnych horyzontalnych  $(A, z)$  obserwowanego źródła (gwiazdka) w idealnym układzie horyzontalnym i układzie obróconym zgodnie z obniżeniem (tutaj mocno przesadzonym) prawego przedniego wózka. Oś azymutalna teleskopu jest tu obrócona o kąt  $\gamma$ , od zenitu  $(Z)$  do miejsca  $(Z')$  ku prawemu wózkowi, którego kierunek pokazuje pozioma strzałka; druga strzałka w płaszczyźnie horyzontu pokazuje kierunek lewego wózka (jest on odległy w azymucie od prawego o  $\pi/2$ ).

$$\begin{aligned}\cos z' &= \cos \gamma \cos z + \sin \gamma \sin z \cos(\pi/4), \\ \sin z' \cos(\pi/2 + a') &= \cos z \sin \gamma - \sin z \cos \gamma \cos(\pi/4) \text{ oraz} \\ \sin z' \sin(\pi/2 + a') &= \sin z \sin(\pi/4).\end{aligned}$$

Przekształcając te równania i nieco upraszczając uzyskujemy ściśle wyrażenia na różnicowe funkcje odległości zenitalnej i azymutu:

$$\begin{aligned}\cos z' - \cos z &= \cos z (\cos \gamma - 1) + \sin z \sin \gamma / \sqrt{2} \\ \operatorname{tg} a' - \operatorname{tg} a &= \cos \gamma - 1 - \sqrt{2} \sin \gamma / \operatorname{tg} z.\end{aligned}$$

Ponieważ mamy do czynienia z bardzo małymi różnicami i kątem  $\gamma$ , co znaczy, że  $(\cos \gamma - 1) \approx 0$ ,  $\sin \gamma \approx \gamma$ ,  $\cos(z' - z + z) - \cos z \approx -\sin z (z' - z)$ , wzory te upraszczają się do bardzo dobrych przybliżeń:

$$z' - z = -\gamma / \sqrt{2}$$

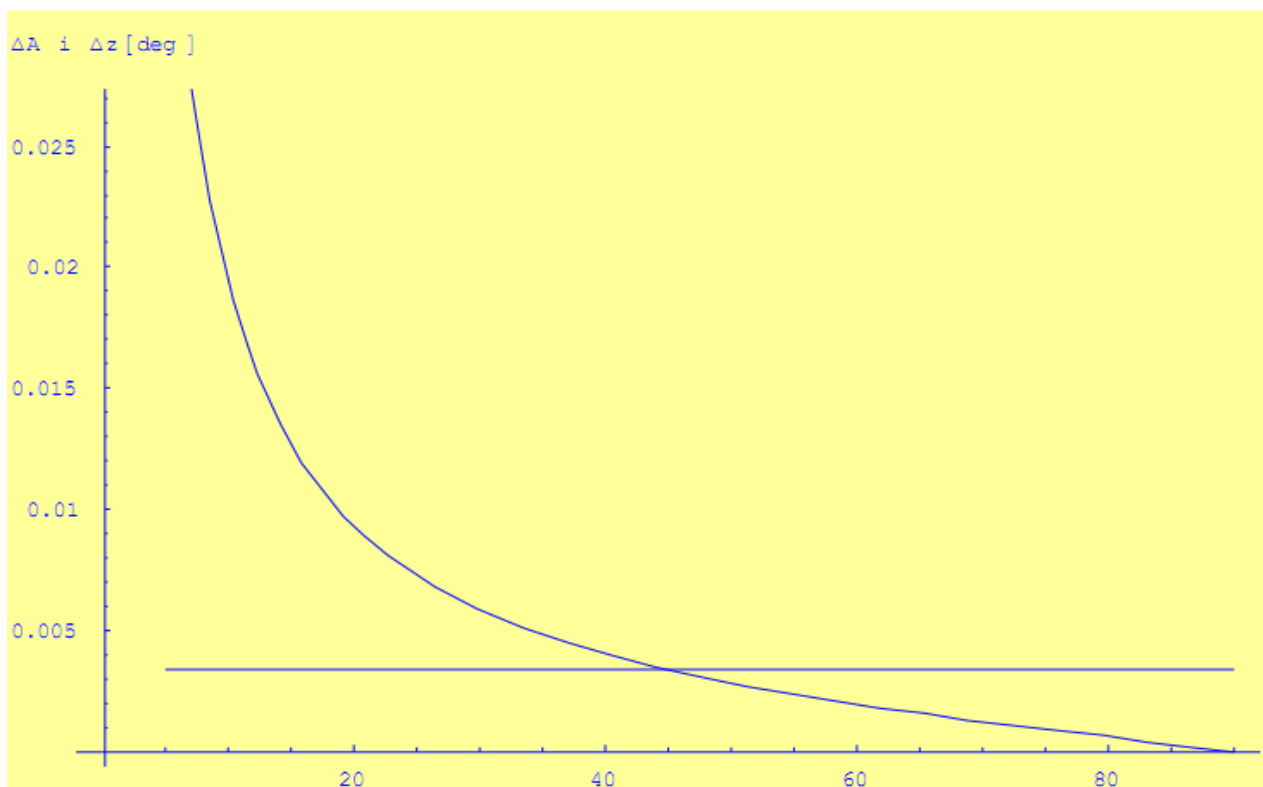
$$a' - a = A' - A = -\gamma / (\sqrt{2} \operatorname{tg} z)$$

(tutaj ujemne wartości wyrażają fakt, że w obróconym układzie  $z' < z$  oraz  $a' < a$ ). Teleskop będzie skierowany na źródło, gdy w systemie sterowania dodamy  $z' - z$  oraz  $a' - a$  do odpowiednich współrzędnych zadanych.

Ostatecznie mamy więc wzory na wymagane poprawki współrzędnych teleskopu przy ugięciach szyny pod prawym wózkiem (w tej postaci trzeba je odjąć od współrzędnych zadanych; gdyż teleskop pochyla się w prawo i w dół, czyli wzrasta rzeczywisty azymut i odległość zenitalna teleskopu, tj. kierunku jego osi optycznej, mimo, że liczniki tego nie pokazują):

$$\Delta z = \gamma / \sqrt{2} \quad (1a)$$

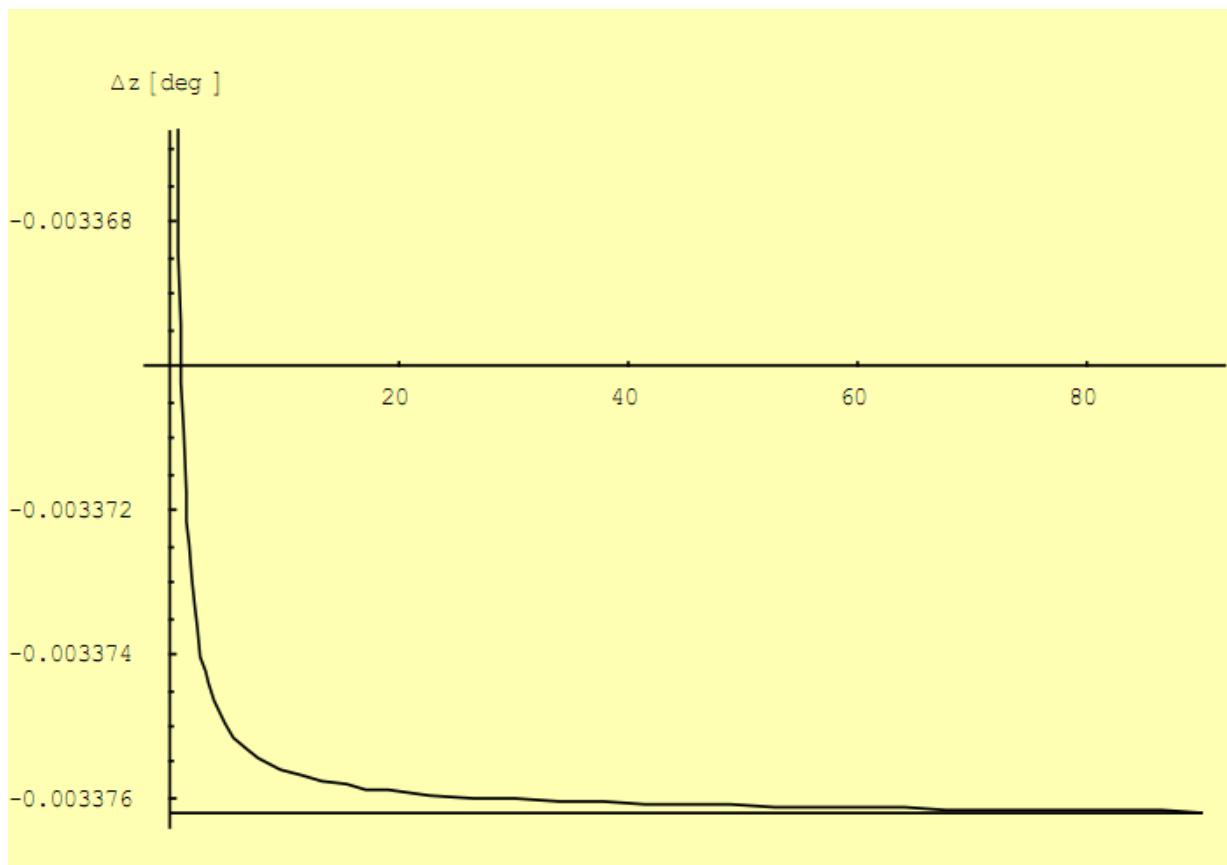
$$\Delta A = \gamma / (\sqrt{2} \operatorname{tg} z) \quad (1b)$$



**Rys. 2.** Wartości poprawek (1a) i (1b) dla  $\gamma = 1$  mm, czyli  $\gamma = 0,0048^\circ$ . Jak widać, dla  $z = 45^\circ$  są one identyczne w obu współrzędnych.

W przypadku teleskopu idealnie spoziomowanego (którego oś azymutu przebija niebo w zenicie lub przynajmniej na wertykale osi optycznej) amplituda błędów w azymucie jest dwukrotnie większa, gdyż dla ugięcia pod lewym wózkiem  $\Delta A$  ma przeciwny znak,  $\Delta A = -\gamma / (\sqrt{2} \operatorname{tg} z)$ , zaś  $\Delta z$  ma ten sam znak (współrzędna  $z$  rośnie zarówno przy przechyleniu teleskopu w prawo, jak i w lewo). RT32 jest jednak nieidealnie spoziomowany, dlatego w

danych widzimy tę samą częstotliwość piłokształtnych odchyłek (opadanie dowolnego wózka powoduje tylko zwiększenie lub zmniejszenie stałego nachylenia).



**Rys. 3.** Porównanie błędu  $z' - z$  według rachunku ścisłego (krzywa  $\text{ArcCos}[\text{Cos}(1/12000) * \text{Cos}(z) + (\text{Sin}(1/12000) * \text{Sin}(z)) / \text{Sqrt}(2)] - z$ ) z błędem obliczonym w sposób przybliżony ( $-\gamma/\sqrt{2} = 0.003376^\circ$ ) – prosta równoległa do osi „z”. Widać tu, że to przybliżenie dla  $z > 5^\circ$  obarczone jest z błędem poniżej  $0.000001/0.003376 * 100\% = 0.03\%$ .

## Pomiary z roku 2014

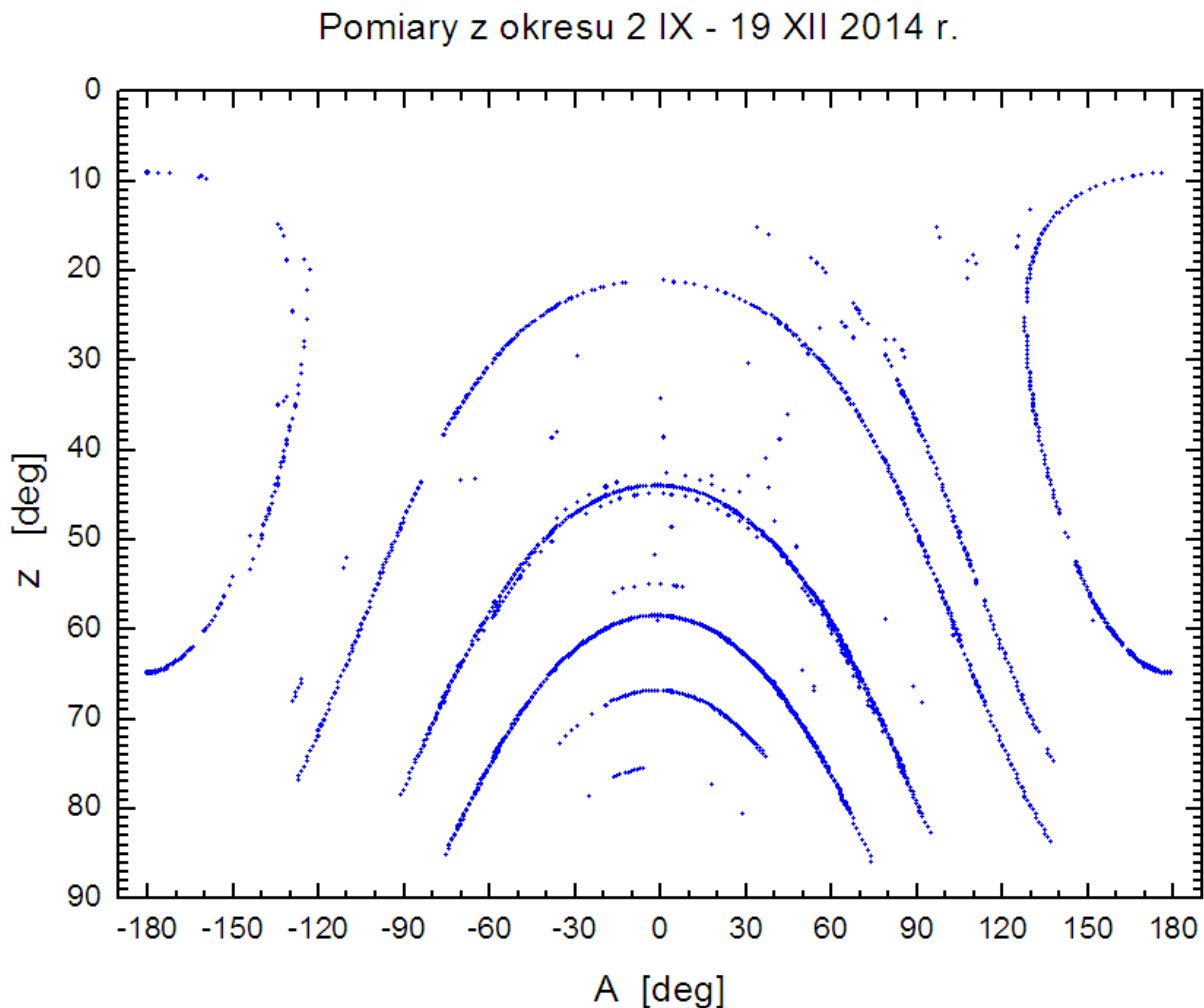
Od września 2014 r. prowadzi się próbnie pomiary *pointingu* z dużą dokładnością dzięki wykorzystaniu źródeł promieniujących w liniach widmowych i nowego oprogramowania. Pomiary te wykazują istnienie pewnych systematycznych błędów okresowych. Do niniejszej ich analizy wzięto pierwsze (do 19 grudnia 2014 r.) 2626 pomiarów błędów w azymucie,  $\Delta A$ . Ich rozkład na niebie przedstawia Rys. 4.

W pierwszym podejściu, zakładającym, że wszystkie błędy *pointingu* wynikają z odkształceń torowiska, pomiary zostały przetransformowane na ugięcie szyny pod wózkami zgodnie z zależnością wynikającą ze wzoru (1b):

$$y(\Delta A) = 12000 \pi / 180 \sqrt{2} \Delta A \tan(z) = 296.192 \Delta A \tan(z)$$

Następnie metodą prób i błędów została dobrana funkcja trójkątna (piła) najlepiej pasująca do wyraźniejszych trójkątnych składników widocznych w pomiarach w zakresie

azymutów od około  $-60$  do  $+90^\circ$ . Jednostkowa funkcja tego typu w języku Fortran ma postać:



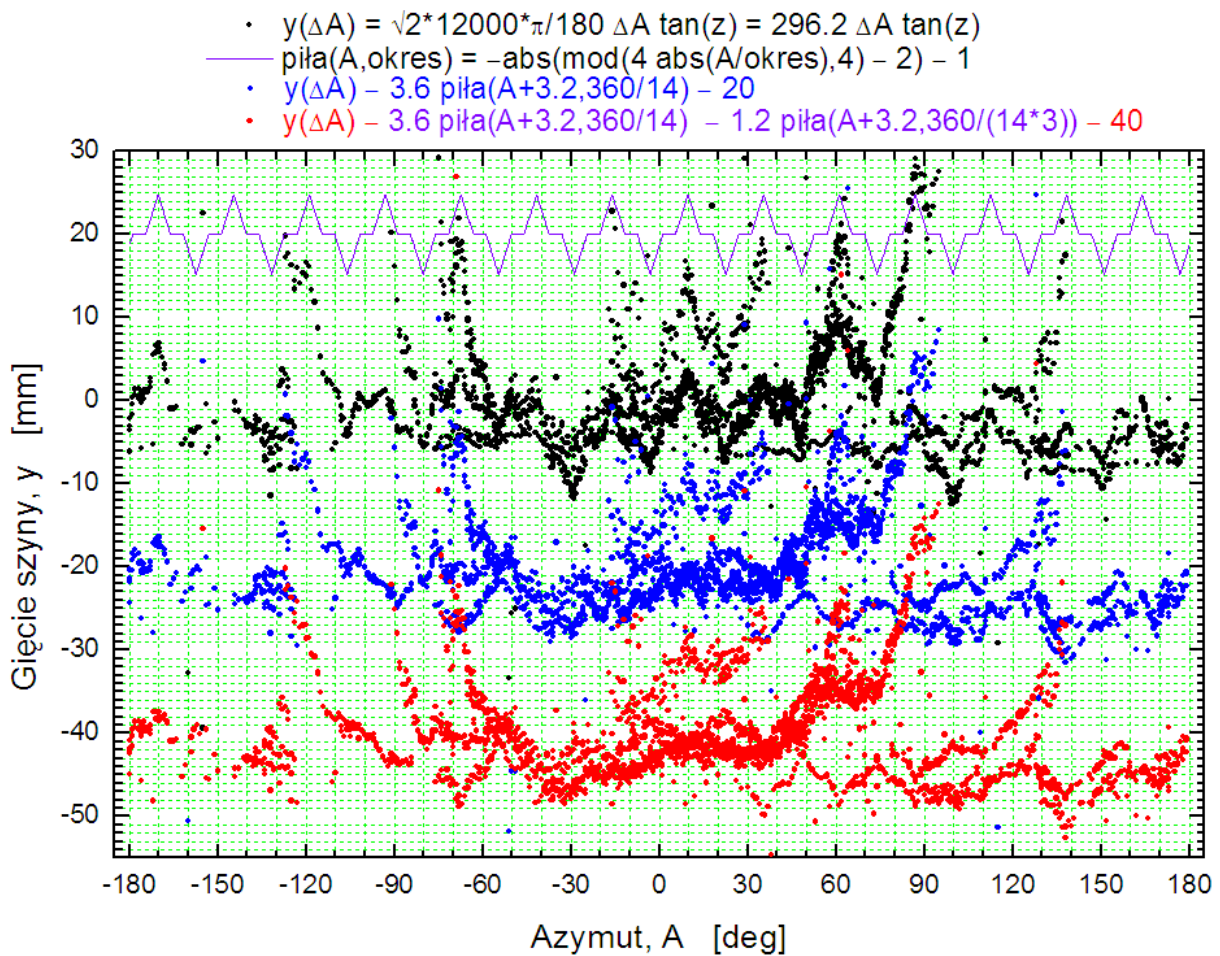
**Rys.4.** Pokrycie nieba pomiarami

```
function pila(x,okres)
c Funkcja trójkątna typu "cos" o amplitudzie 1
c "sin" dostaje się wołając pila(x-okres/4,okres)
  pila = abs(mod(4*abs(x)/okres,4.) - 2) - 1
end
```

Okazało się (Rys. 5), że ma ona amplitudę ok.  $3.6$  mm i fazę  $(3.2 + 180)^\circ$ . Tutaj  $3.2^\circ$  odpowiada minimum w pomiarach na azymucie teleskopu  $-3.2^\circ$ . Oznacza ono, że lewy wózek znajdował się wtedy na ugiętej szynie w miejscu o azymucie  $(-3.2 - 45)^\circ = -48.2^\circ$ . Zatem za te piłokształtne składowe błędów w azymucie odpowiadają gięcia 14 odcinków szyn ze strzałkami w miejscach o azymutach  $-48.2^\circ \pm n 360/14$ , gdzie  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Jednakże po odjęciu takiej funkcji można dostrzec jeszcze jedną ‘piłę’ o okresie trzykrotnie krótszym (widoczna w niebieskich punktach na Rys. 5). Pasuje do niej w przybliżeniu funkcja trójkątna o amplitudzie  $1.2$  mm i fazie takiej samej jak pierwsza funkcja trójkątna. Złożenie tych dwóch funkcji (linia fioletowa na Rys. 5) oznacza amplitudę wahań

teleskopu, czyli maksymalną głębokość gięcia, ok.  $3.6 + 1.2 = 4.8$  mm, albo  $\pm 0.016^\circ/\tan(z)$  w zmianach azymutu.

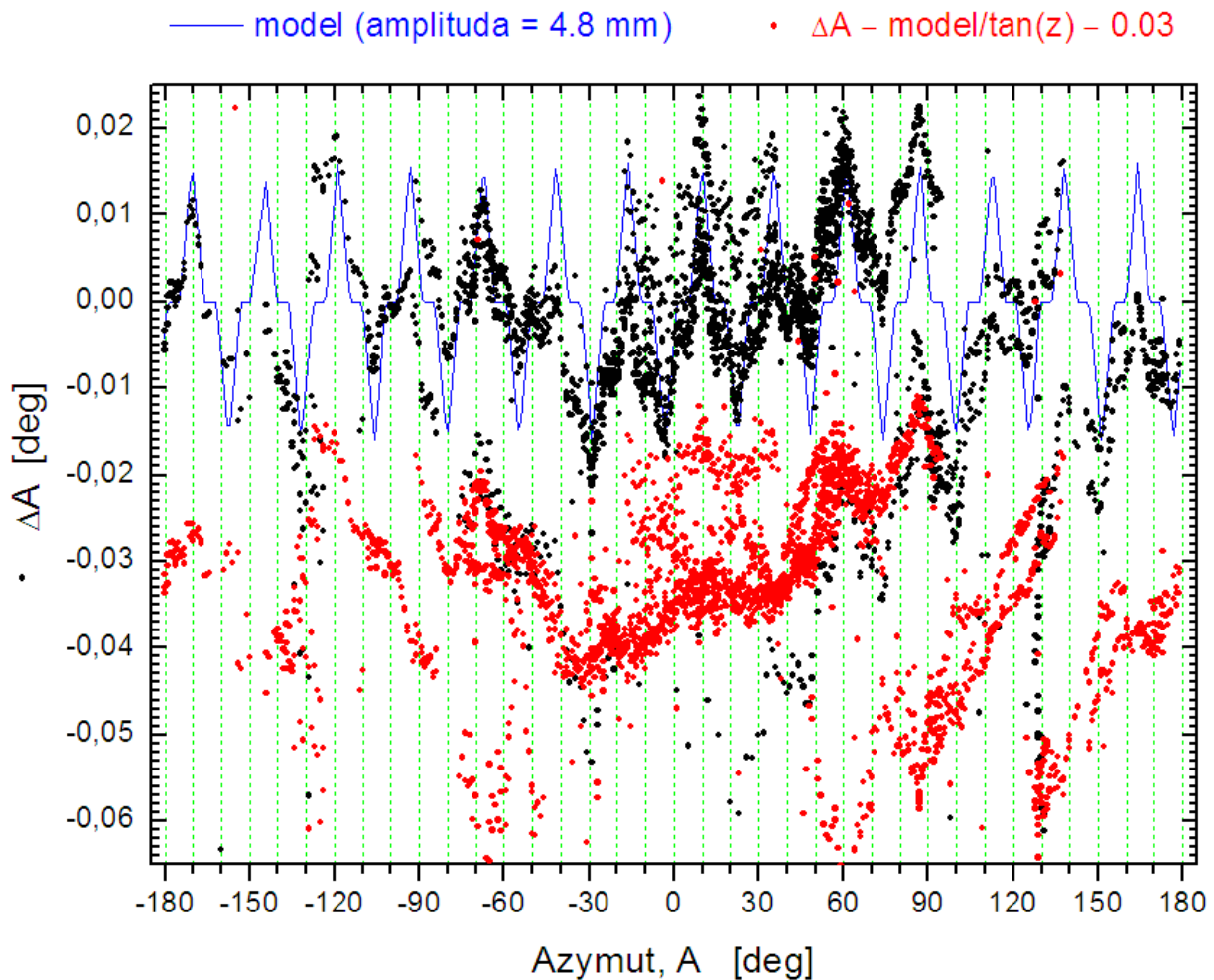


**Rys. 5.** Punkty zaznaczone na czarno to pomiary w azymucie przeliczone na ugięcie szyny zgodnie z wzorem (1b), punkty niebieskie – te same błędy po odjęciu prostej funkcji trójkątnej (piła) o okresie  $360/14$  stopni, punkty czerwone – to samo, co niebieskie, ale po kolejnym odjęciu podobnej funkcji o trzykrotnie krótszym okresie i trzykrotnie mniejszej amplitudzie. Dla przejrzystości punkty niebieskie i czerwone zostały przesunięte w dół o 20 i 40 mm, odpowiednio, zaś model gięć o 20 mm w górę.

**Obecność dość regularnych błędów o częstotliwości trzykrotnie większej niż wynikałoby z długości odcinków szyn może świadczyć o tym, że te odcinki mają dodatkowe wzmocnienie oparcia w dwóch miejscach między spawami.**

Założenie, że wszystkie błędy wynikają z odkształceń torowiska, może utrudniać ich interpretację, dlatego na kolejnym rysunku (Rys. 6) przedstawiono te same dane w oryginalnej postaci i po odjęciu wyżej uzyskanego modelu składającego się z dwóch funkcji trójkątnych przeliczonego na błędy w azymucie.

Na rysunku tym dość wyraźnie widać nagłe skoki, gdy teleskop przechodzi przez azymuty  $\pm(80-100^\circ)$  i  $\pm(130-140^\circ)$ . Może to znaczyć, że na torowisku w odległości  $45^\circ$  od tych miejsc występują większe luzy (być może spawy ‘puściły’, albo uległo uszkodzeniu zamocowanie szyn na fundamentach).



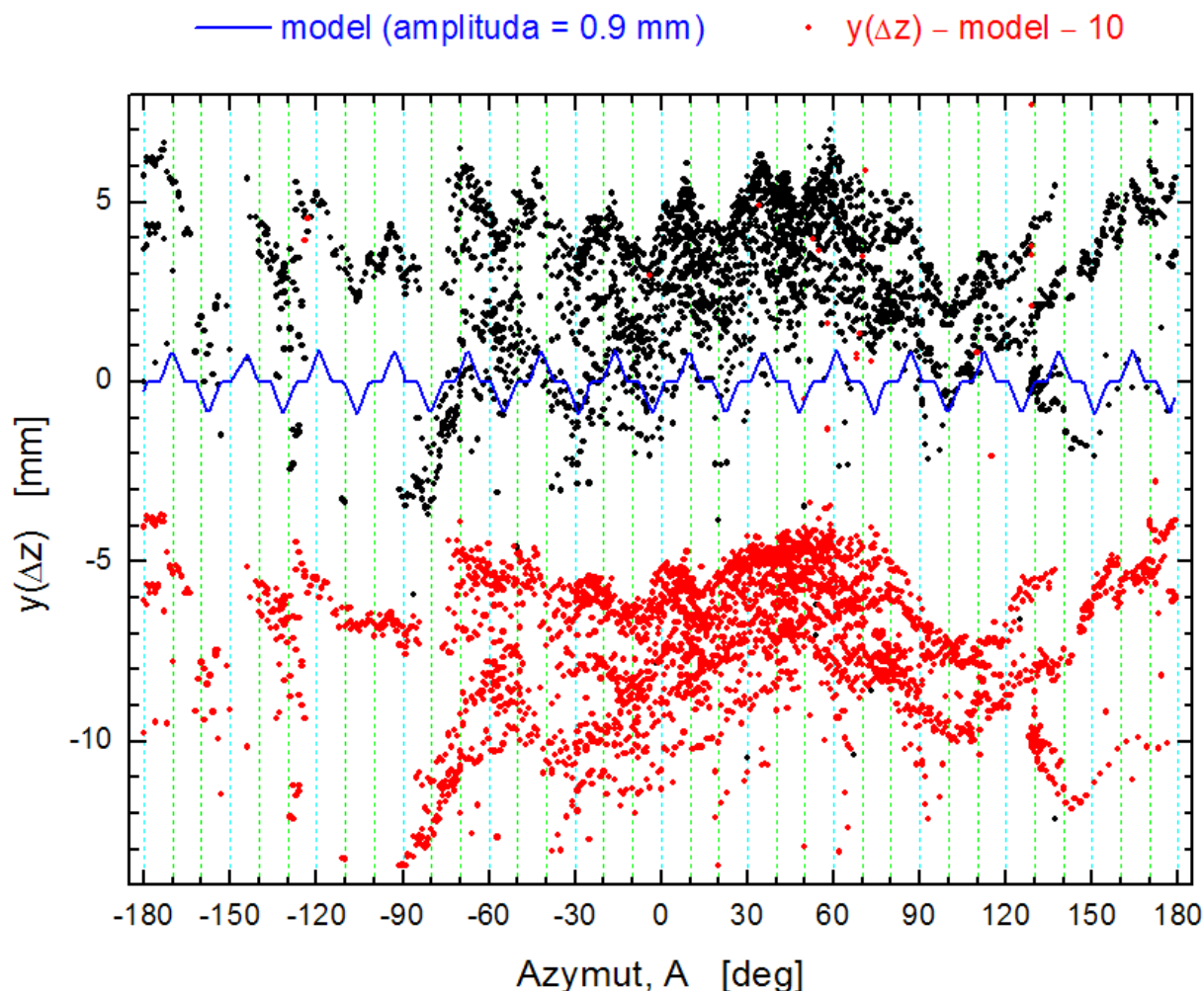
**Rys. 6.** Oryginalne pomiary (czarne punkty) i po odjęciu przebiegu pokazanego kolorem niebieskim i przesunięciu w dół o  $0.03^\circ$  (czerwone punkty). Przebieg niebieski ma amplitudę odpowiadającą uginaniu się szyn na głębokość do 4.8 mm (ok.  $\pm 0.016^\circ$ ).

Wstępna analiza błędów w **odległości zenitalnej** (Rys. 7) pokazuje, że tu efekty zakładanego gięcia się szyn są mniejsze niż wynikałoby z teoretycznych rozważań przedstawionych na początku tego raportu. Składowa regularna odpowiada gięciu się szyn o tylko ok. 1 mm. **Jest więc możliwe, że za regularne błędy azymutu o amplitudzie aż 4.8 mm ( $\pm 0.016^\circ$ ) wyrażone wyżej opisanym modelem odpowiada w znaczącym stopniu także boczne przechyłanie się lustra Cassegraina spowodowane bocznymi luzami samego lustra albo gięciem się jego zawieszenia na wspornikach pod własnym ciężarem przy przechyłaniu się całego teleskopu. Prawdopodobnie dochodzą do tego także opóźnienia w ruchu teleskopu ‘pod górkę’, gdy silniki muszą wznieść kilkaset ton na wysokość 1 mm. *Ten ostatni czynnik warto sprawdzić praktycznie, zadając stałą prędkość teleskopu z nachyloną czaszą i regularnie rejestrując zmiany w liczniku azymutu przy przejeździe przez, powiedzmy, trzy – cztery szyny ( $90^\circ$ ) w pobliżu południka miejscowego ( $A = 0^\circ$ ).***

Ponadto z dopasowania modelu wynika, że nie ma znaczących piłokształtnych zmian o częstości dwukrotnie większej niż w azymucie. Może to znaczyć, że teleskop kiwa się z



prawa na lewo, ale jego kierunek osi azymutu nie przechodzi przez zenit, czyli kierunek osi optycznej nie przechodzi przez wertykał (koło od zenitu do horyzontu). Inaczej mówiąc, teleskop cały czas jest bardziej lub mniej pochylony tylko w jedną stronę.



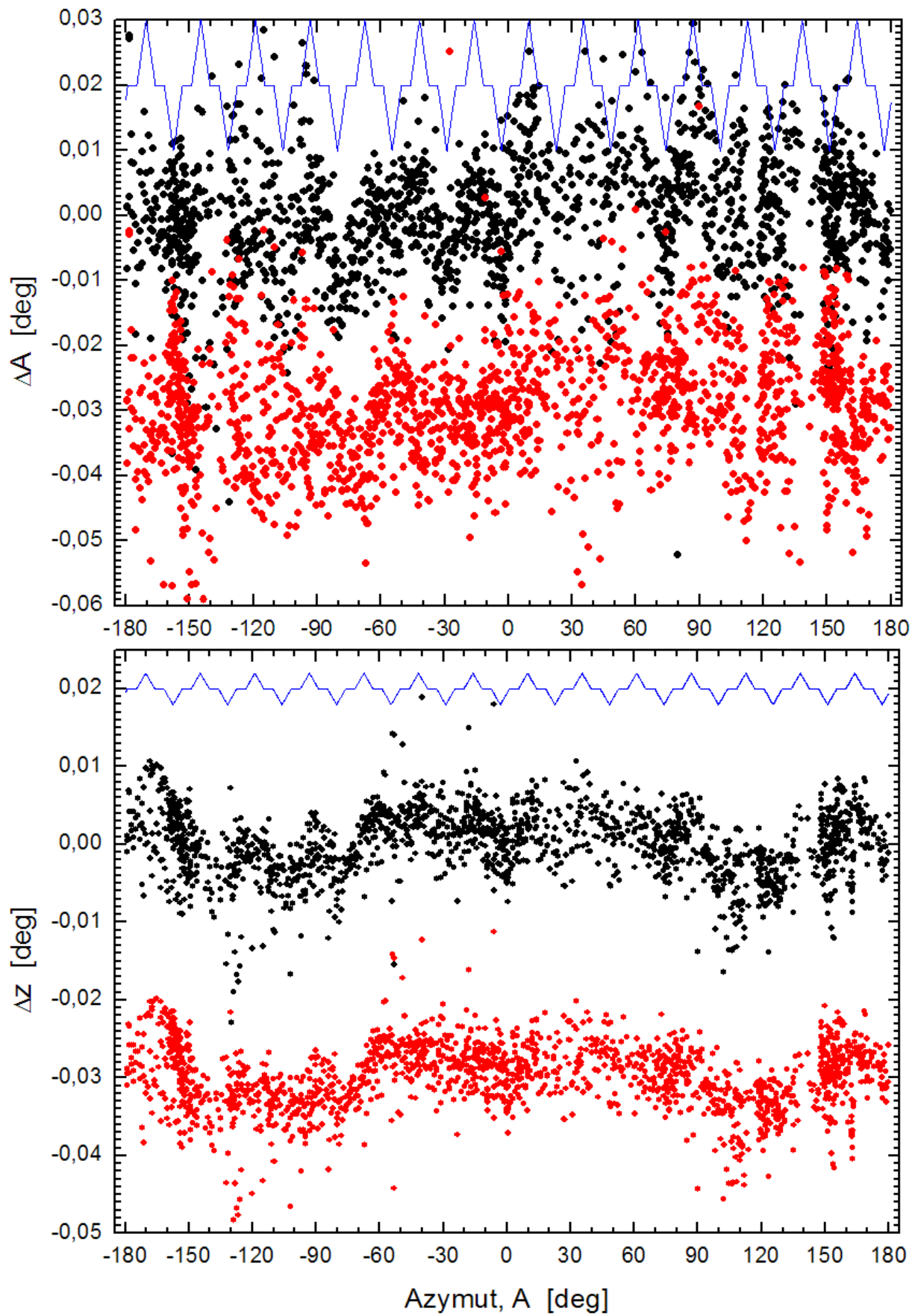
**Rys. 7.** Błędy w odległości zenitalnej przekształcone na ugięcia szyn wg wzoru (1b) oraz model (łamana linia niebieska) i błędy zmniejszone o model i przesunięte w dół o 10 mm (w kolorze czerwonym).

### Pomiary z roku 2006

Kolejne dwa rysunki (**Rys. 8.**) przedstawiają rezydua z dopasowania ‘tabeli’ poprawek Mode4c do danych z 2006 r. i te same rezydua zmniejszone o pokazany na rysunkach (niebieska linia łamana) model gięć szyn.

Widać stąd, że błędy w odległości zenitalnej, które można przypisać gięciom szyn, są tutaj ok. 5-krotnie mniejsze niż błędy w azymucie (podobnie jak w danych z 2014 r.). W obu osiach są one jednak znacznie mniejsze (w stosunku ok. 1:1,5) niż te z 2014 r.





Rys. 8.

Toruń, 6 stycznia 2015 r.

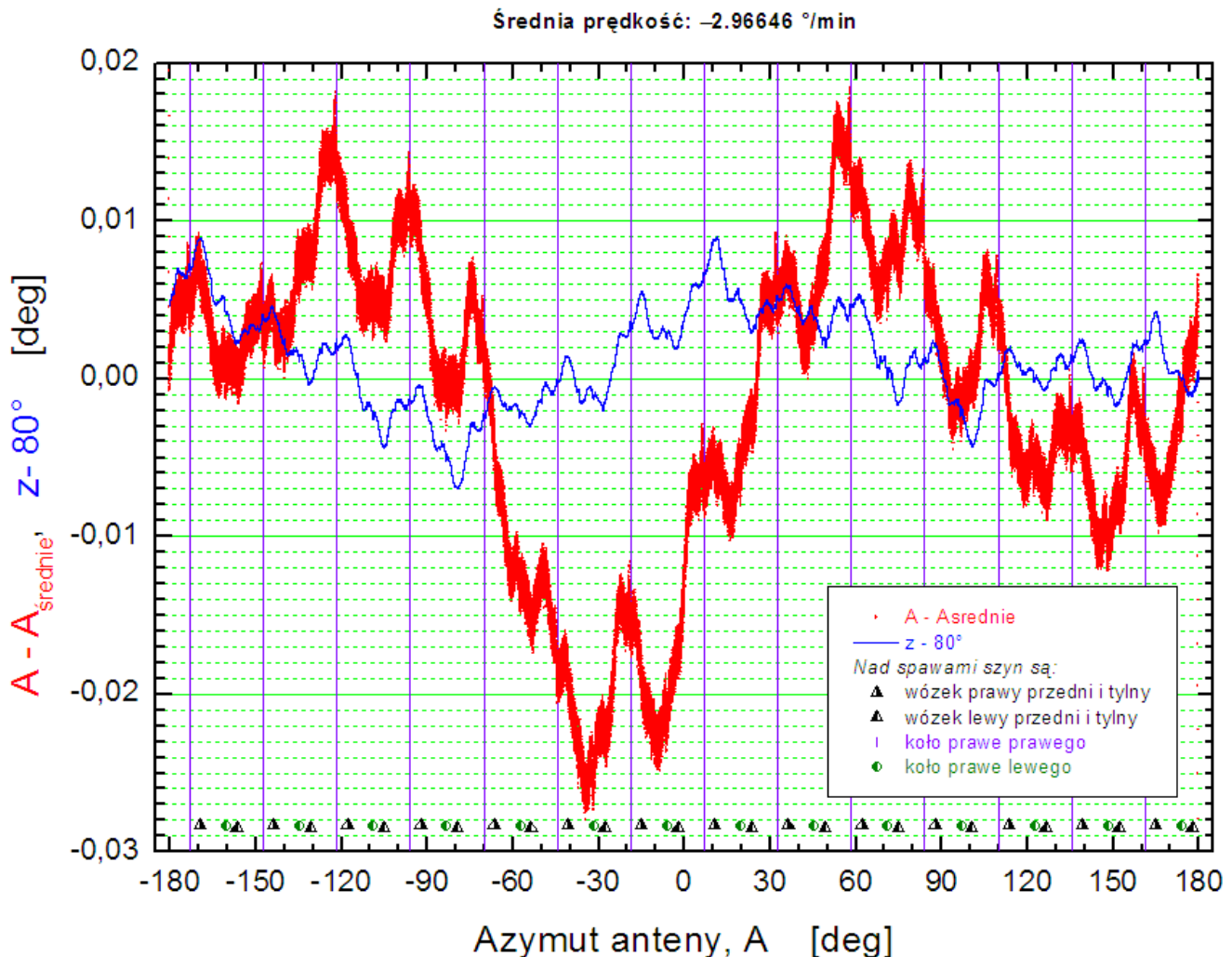
## Uzupełnienie

Wkrótce po napisaniu powyższego raportu zmierzono położenia spawów odcinków szyn torowiska oraz wykonano kilka pomiarów sugerowanych w sekcji **Pomiary z roku 2014**. To **Uzupełnienie** przedstawia te pomiary.

Pomiary położenia spawów wykonano za pomocą taśmy mierniczej (z dokładnością ok. 1 cm) przy położeniu anteny na azymucie  $+30^\circ$ . W tym położeniu tylne koło przedniego (po stronie czaszy) lewego wózka znajdowało się 60 cm za spawem (na większym azymucie). Ponieważ odstęp osi obu kół wózka wynosi 154 cm, to odległość od środka tego wózka do spawu wyniosła  $154/2 + 60 = 137$  centymetrów, co odpowiada zmianie azymutu o  $137/1200 \times 180^\circ/\pi = 6.54^\circ$ , a zatem spaw ten znajduje się na azymucie  $+30^\circ - 90^\circ/2 - 6.54^\circ = -21.54^\circ$ . Pozostałe spawy występują co  $360^\circ/14$ , można więc azymut  $i$ -tego spawu zapisać ogólnie jako:

$$A_i = -21.54^\circ \pm 360^\circ/14 \times i, \text{ gdzie } i = 0, 1, \dots, 6, 7.$$

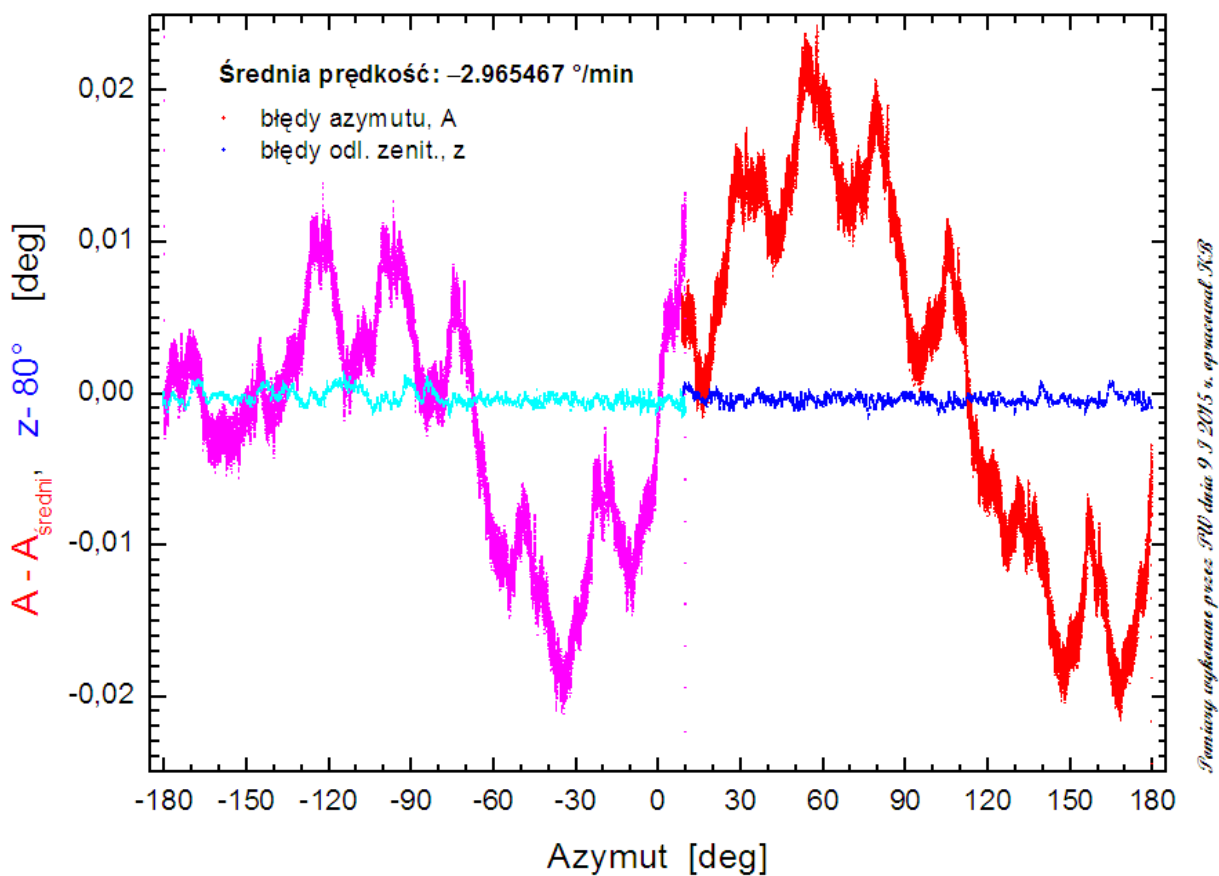
## Zmiany współrzędnych RT32 przy ustalonej prędkości w azymucie



Pomiary wykonane przez EP dnia 7/8 I 2015 r. opracował KB

**Rys. 9a.** Odchyłki azymutu (przebieg oznaczony na czerwono) od jednostajnego ruchu teleskopu (komenda **va**) i zmiany odległości zenitalnej teleskopu bez automatycznej kontroli w osi wysokości (krzywa niebieska) z pomiarów wykonanych przez E. Pazderskiego w nocy z 7 na 8 stycznia 2015 r. Spawy znajdują się na azymutach.

Ponadto warto pamiętać, że każdy wózek ma szczotki znajdujące się ok. 1 m przed/za przednim/tylnym kołem, a jeszcze 0.5 m dalej znajdują się pługi (lemieszki) sunące po szynie.



**Rys. 9b.** Odchyłki azymutu (przebieg oznaczony na fioletowo i czerwono) od jednostajnego ruchu teleskopu i zmiany odległości zenitalnej teleskopu z korektą przez PID controller (w poleceniu **pp**) w osi wysokości (krzywa jasno- i ciemnoniebieska) z pomiarów wykonanych przez P. Wolaka w nocy 9 stycznia 2015 r.

Pierwsze wyniki pomiarów nierównomierności i ruchu teleskopu zawierają **Rys. 9a** i **Rys. 9b**. Na pierwszym z nich można dostrzec dość wyraźne 14 maksima w odchyłkach azymutu (A) i odległości zenitalnej (z) przy azymutach odpowiadających położeniu prawego koła prawego wózka na spawie szyn (określenia ‘prawy’ dotyczy sytuacji widzianej ze środka torowiska na prawo od azymutu czaszy, albo osi optycznej teleskopu, oraz z przeciwnej strony torowiska, czyli  $180^\circ$  dalej lub bliżej w azymucie). Wskazują je pionowe fioletowe linie (dla A) i trójkąty zaczerńnione w ich prawej połowce (odpowiadające położeniu środka wózka nad spawem). Ponieważ jest to maksimum (a nie minimum), znaczy to, że jeśli jest to wynik przechylenia się teleskopu, to przechylił się on w kierunku większego azymutu. Zakładając, że na spawach nie ma gięcia szyn, można stwierdzić, że na ugięciach między spawami opada nie lewy przedni wózek, lecz ten naprzeciwko niego, tj. lewy tylny. Oznacza to też, że **część równoważąca ciężar czaszy (balast) jest cięższa niż czasza (z przyległościami). Jest to zgodne z informacją ustną prof. A. Kusa, którą przekazał mu inż. Z. Bujakowski** (projektant anteny). Zatem założenie przyjęte w głównej części tego raportu (ze teleskop pochyla się pod przeważającym ciężarem czaszy, a nie balastu) jest błędne. Niemniej tamte rozważania co do mechanizmu powstawania błędów i teoretyczne wzory pozostają słuszne (z tym, że czasza nie opada na ugięciach szyn pod przednimi wózkami, lecz o tyle samo podnosi się na ugięciach pod tylnymi wózkami).

Toruń, 12 października 2015 r.